高中数学复习课的现状分析及对策研究

数学复习课是高中数学课的重要组成部分，不能游离于新课程的要求之外.因此，将数学复习课上成鲜活的、生动的，适合学生需求的课，才是提高数学复习课有效性的基本方法.

陈余根（江苏省姜堰市第二中学）

1 现状分析

目前，高中数学教学已经形成了一个共识：三年课程两年学完，高三全年用于复习与考试.连同基础年级的复习，高中阶段的课程有近一半的教学时间是用于复习课.因此，如何提高复习课的有效性，是数学教师一直在探索和思考的问题.

笔者多次听高三的数学复习课，大多数教师采用的课堂教学模式有以下两种：一种是先通过小题训练复习基础知识和基本方法，然后是例题讲解，最后是学生的巩固练习；另一种是结合例题分析考点，然后给出几道题目让学生练习.课堂明显陷入了“做题，讲题，再做题”的题海怪圈.学生的感觉：上数学复习课枯燥、乏味、毫无激情.教师的感叹：讲过多遍的数学题学生还是难以掌握.

经过认真的思考和分析，笔者认为出现上述现状的一个重要原因是教师的教学设计忽视情感、态度、价值观这一教学目标.由于高效的数学复习课必须拥有内容的广度、思维的深度和学习的温度，而学习的温度正是学生学习的热情程度，它决定着内容的广度、思维的深度.因此，真正充盈数学味的魅力课堂，应该是充分体现学生发展的生命课堂.有人问：“复习课到底有没有模式？”笔者认为，复习课的主要功效在于提高和温故而知新，问题是新在哪里？拓展在哪里？怎样系统化、网络化？怎样回顾、运用、提升？没有固定模式，呈现方式也不一样，僵化地给复习课套上“模式”，显然是不适当的.

2 对策研究

高三数学复习课是高中数学课的重要组成部分，决不能游离于新课程的要求之外.所以，从学生的学习需求与心理特点出发，将数学复习课上成鲜活的、生动的、适合学生需求的课，才是提高数学复习课有效性的基本方法.

2.1 高效的复习课——启于“生动”的问题情境

有研究表明：面对有趣情境或者问题情境时，学生基于兴趣和好奇，会产生一定的问题意识[1].新授课时，创设情境受到了教师们的普遍重视，而在设计复习课时，不少教师认为：高三内容多，节奏快，时间紧，课堂的主要任务是复习知识、总结方法，提高解题能力，创设情境实在是多余的，开门见山、直奔主题的教学方式被普遍采用，导致课堂教学一开始就陷入机械死板的困境，使得学生在复习时了无情趣.事实上，为复习课设计一个好的问题情境，虽然会花去一些时间，但为学生的复习营造了一个良好的氛围，激发了学生复习的兴趣和激情，对提高复习的效果有着不可低估的作用.

案例1 江苏省无锡市第一中学的华志远老师在复习数列、研究数列中探索性问题的解法时，设计了如下的问题情境：

教师：大家知道是什么现象触发牛顿发现万有引力定律的吗？

学生：苹果从树上掉下来.

教师：很多人都可以看到这一现象，怎么唯独牛顿发现了这一规律呢？

学生：这是因为牛顿聪明.（大笑）噢！他具有一种探索的意识.

教师：当然仅有这种意识还不够，还要有科学的思维方法（如特殊到一般、具体到抽象、感性到理性）、勇于探索的精神、严谨的治学态度.将来，同学们未必都成为大科学家，但这种探索的意识、方法、精神和态度还是值得大家借鉴和学习的.本节课，我们就以数列为载体，探讨一下解决探索性问题的常用策略[2].

为了将学生引进课堂学习的大门，华老师在课堂引入环节中，不惜浓墨重彩，精心创设了“牛顿发现万有引力定律”的问题情境.在问题情境中将本节课的

主线，徐徐铺来，不仅让学生很自然地进入下一步的学习，也使学生感到别样的新鲜，产生探索的欲望和积极学习的兴趣，从而收到较好的复习效果，而且对学生的情感、态度、价值观和数学素养的形成，也起到了潜移默化的作用.

2.2 高效的复习课——活于"机敏"的探究活动

著名教育家苏霍姆林斯基说过："在人的心灵深处，都有一种根深蒂固的需要，就是希望自己是一个探索者、发现者、研究者，而在儿童的精神世界中，这种需要特别强烈."倡导积极主动勇于探究的学习方式，是高中课程改革的基本理念之一，通过积极的探究活动使学生体验数学的发现与创造历程，可以培养学生的创新意识和创新精神. 为此，作为教师，在教学过程中，要精心设计有价值的开放性问题，激励和引导学生去探究发现，给学生展示解题的精彩，让学生享受探究的乐趣.

案例 2 在复习"三角函数求值"时，笔者利用习题"已知 $\cos\alpha+2\sin\alpha=-\sqrt{5}$，求 $\tan\alpha$"组织学生开展探究活动：

探究 1：怎样求解这道题？哪种方法简便？

学生通过探究，得到两种常用解法，一种是由题设，结合同角三角函数的基本关系，先求出 $\sin\alpha$ 和 $\cos\alpha$ 的值，再求得 $\tan\alpha=2$；另一种方法是利用合一变形，得到 $\cos\alpha+2\sin\alpha=\sqrt{5}\cos(\alpha-\varphi)=-\sqrt{5}$，其中 $\sin\varphi=\frac{2}{\sqrt{5}}$，$\cos\varphi=\frac{1}{\sqrt{5}}$，于是有 $\alpha=2k\pi+\pi+\varphi(k\in\mathbf{Z})$，从而得到 $\tan\alpha=\tan\varphi=2$.

探究 2：还有更简捷的解法吗？

学生积极思索，没有头绪.

教师提示：对一个等式的两边同时求导数，可以吗？试试看.

学生求导后，立即得到 $-\sin\alpha+2\cos\alpha=0$，从而有 $\tan\alpha=2$.

有学生惊呼：这种方法太神了，也有学生嘀咕：这是巧合.

教师：你说说看，为什么是"巧合"？

学生：对于 $\cos\alpha+2\sin\alpha=m(m\in\mathbf{R})$，两边求导后都有 $\tan\alpha=2$，而这显然是错误的.

教师：这位同学真厉害，这种巧合是我特意设计的.

探究 3：你能找出隐藏在这"巧合"背后的真相吗？

学生的探究热情一下子被激发起来了，通过互相合作与交流，学生终于知道了"巧合"的真相：$-\sqrt{5}$恰好是函数 $f(x)=\cos x+2\sin x$ 的一个极值，函数 $f(x)$在极值处的导数为 0. 因此，对于本题，两边求导得到的结果是正确的，但条件变为 $\cos\alpha+2\sin\alpha=m$ $(m\in\mathbf{R})$，就不一定可行了.

设计这样的探究活动，避免了教师讲得头头是道，而学生却听得昏昏欲睡的现象，增加了课堂的新鲜感，活跃了课堂的气氛. 在复习三角函数求值方法的同时，复习了导数的知识，体会了在等式两边同时求导的解题方法，培养了学生的探究意识和严谨态度. 在复习课的教学中，教师要深入钻研教材，巧妙地将数学知识和方法设计成一系列能引导学生自主探究的问题，让学生积极开展探究活动，体验探究过程，并在探究活动中获得成功的体验.

2.3 高效的复习课——美于"意外"的精彩生成

课堂教学是一个动态的不断生成的过程. 这个过程既有规律可循，又有灵活的生成性和不可预测性. 新课程要求教师在教学过程中，抓住课堂中鲜活的生成性资源，运用适当的评价进行引导、挖掘、升华. 因此，教师要能通过课堂生成资源的适度开发和有效利用，促进预设教学目标的高效率完成或新的更高价值目标的生成. 新授课如此，复习课也应如此. 高三数学复习课既需要教师在课前精心预设，更需要教师充分发挥自己的教学机智，及时捕捉课堂中的生成资源，使课堂焕发出生命的活力.

案例 3 在复习"基本不等式的应用"时，笔者设计了如下的问题："已知 $x,y\in\mathbf{R}_+$，且 $2x+3y=4$，求 $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$的最小值."

学生经过尝试后很快得出解法：$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{4}(2x+3y)\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)=\frac{1}{4}\left(5+\frac{3y}{x}+\frac{2x}{y}\right)\geqslant\frac{1}{4}(5+2\sqrt{6})$，当且仅当$\begin{cases}\frac{2x}{y}=\frac{3y}{x},\\2x+3y=4,\end{cases}$ 即$\begin{cases}x=2\sqrt{6}-4,\\y=4-\frac{4\sqrt{6}}{3}\end{cases}$ 时取等号. 所以$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$的最小值为$\frac{5}{4}+\frac{\sqrt{6}}{2}$.

从学生的解答中可以了解到学生初步掌握了基本不等式的应用，笔者感到很满意，对学生的解法给予了充分的肯定. 正准备转入下一个问题的研究时有一名学生提出：若问题的条件不变，而是改求$\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}$的最小值，又该如何求解呢？

面对这一突如其来的问题，笔者事前对此毫无思想准备，怎么办？若解答这一问题，肯定要花去不少时间，影响教学进度；敷衍过去吧，显然要打击学生学习的积极性，降低学生的学习热情，更为严重的是，学生将要失去一次难得的探究时机和素材. 这名学生课前肯定做了预习，对这个问题有了一些思考，而且敢于提出问题，这种精神值得提倡. 最后笔者调整预设，鼓励学生进行探究. 为了便于解决问题，将条件变得

简单一些：把 $2x+3y=4$ 改为 $x+y=2$. 两分钟后，就有几名学生获得了解决问题的途径：

$\because x,y\in\mathbf{R}_+$ 且 $x+y=2$，$\therefore \frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}=\frac{1}{4}(x+y)^2\cdot\left(\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}\right)=\frac{1}{4}\left(\frac{x^2}{y^2}+\frac{2y}{x}+\frac{2x}{y}+\frac{y^2}{x^2}+2\right)=\frac{1}{4}\left[2+\left(\frac{x^2}{y^2}+\frac{y^2}{x^2}\right)+\left(\frac{2x}{y}+\frac{2y}{x}\right)\right]\geqslant\frac{1}{4}(2+2+4)=2$，当且仅当 $\frac{x^2}{y^2}=\frac{y^2}{x^2}$，$\frac{2x}{y}=\frac{2y}{x}$ 且 $x+y=2$，即 $x=y=1$ 时等号成立，所以 $\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}$ 的最小值为 2.

学生对问题的认识有了一个渐进的过程，但他们的创造潜能是巨大的，教学活动的关键是怎样充分激发学生的学习和创造的潜能，使他们能得到更有效的发展，而不陷入自己精心预设的框框里. 在这里，学生不但会运用基本不等式，更能理解等号成立的条件. 说明他们已经基本掌握了运用基本不等式的精髓，同时还具备了通过改变题目的条件或结论编制新的数学问题的意识. 基于这样的情况，笔者又要求学生通过改变原来问题的条件和结论得到一系列新的问题变式，并探求其解法.

学生通过思考及相互之间的讨论和交流，得到了许多探究成果，例如，

(1)已知 $x>0,y>0$，且 $x+y=1$，求 $\frac{2}{x}+\frac{1}{y}$ 的最小值.

(2)已知 $x>0,y>0$，且 $\frac{3}{x}+\frac{2}{y}=1$，求 $x+y$ 的最小值.

(3)已知 $x>0,y>0$，且 $\frac{1}{x}+\frac{4}{y}=1$，求 xy 的最小值.

(4)已知 a,b,c,p,q 都是正常数，x,y 是正变量，且 $ax+by=c$，求 $\frac{p}{x}+\frac{q}{y}$ 的最小值.

这样做，虽然打乱了原来的设计，事先准备好的几道例题来不及研究，课堂没能按照预设的思路运行，但精彩的生成让平淡的课堂变得跌宕起伏，趣味无穷. 不仅将学生在参与活动过程中生成的信息转化为有效的教学资源，而且在动态变化的过程中促使教学内容不断生成，数学知识不断建构，并得到了有效的内化，使课堂成为激情与智慧综合表现的场所，成为教师与学生共同成长的舞台，收到了预想不到的复习效果.

2.4 高效的复习课——成于"问题"的链式设计

著名的数学教育家波利亚曾经说过："好问题如同蘑菇，它们都成堆地生成，找到一个以后，你应当在周围找一找，很可能附近就有好几个."在高三数学复习课上，为了揭示不同知识点、不同解题方法之间的内在联系，便于学生系统地掌握问题的本质，使思维能力得到有效的提升，需要教师精心设计有层次、有梯度的问题系列，对学生开展渐进式的拓展训练，在变中求进，进中求通，让学生有新鲜感，有参与教学活动的兴趣和欲望，实现课堂灵动，使复习高效.

案例 5　在线性规划的复习中，根据复习教学的目标和学生的实际，笔者从下面的一道典型问题出发，复习了求解线性规划问题的基本方法，之后又提出一系列的问题变式，对学生进行强化训练.

原题：已知 $\begin{cases}x\geqslant1,\\x+y-4\leqslant0,\\2x-y-2\leqslant0,\end{cases}$ 求 $z=2x+y+2$ 的最小值.

变式 1：求 $z=|2x+y+2|$ 的最小值.

变式 2：求 $z=x^2+y^2+2$ 的最小值.

变式 3：求 $z=\frac{y+3}{x+1}$ 的最小值.

变式 4：求 $z=\frac{2x+y+2}{x+1}$ 的最小值.

变式 5：若当 $z=ax+y+2$ 取最大值的最优解有无穷多个，求 a 的值.

变式 6：若满足 $\begin{cases}x\geqslant1,\\x+y-4\leqslant0,\\ax-y-2\leqslant0\end{cases}$ 的点 $P(x,y)$ 构成一个三角形区域，求实数 a 的取值范围.

变式 7：已知实数 x,y 满足 $\begin{cases}x\geqslant1,\\x+y-4\leqslant0,\\ax+by+c\leqslant0\end{cases}$ 且目标函数 $z=2x+y+2$ 的最大值为 9，最小值为 2，求 a、b、c 的值.

这些变式学生既觉得熟悉又感到新鲜，欣喜过后又陷入深思：到底怎样来解决这一系列问题？学生产生了要"弄清楚这些问题"的好奇心. 这时，教师鼓励学生积极思维、互动交流，探索出上述变式的解法后，再引导学生进行比较分析，将获得的结论与头脑中原有的知识相融合，使学过的知识和方法有机地统一起来，不仅激发了学生参与的热情，同时也使学生形成了新的认知结构. 此时，教师不失时机地加以总结：这些都和解析几何中的"截距、斜率、距离"相关联.

3　结束语

在数学复习课中，教师要树立"以人为本"的教育理念，以学生的认知特点和学习需求为第一目标，高度关注复习课的新鲜感和高效性，通过形式多样的教学方式，让学生积极参与到教学活动中来，充分发挥学生的主体作用，构建师生心灵共鸣的和谐课堂，让课堂真正充满生命的活力，促进学生身、心、智的全面发展和可持续发展.