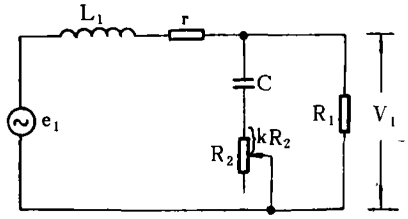

图 1

其中V_1表示电位器R_1两端的电压，由电路可知，$K_1=V_1/e_1$。我们看到在电位器R_1两端并联着一个支路：电容器C和电位器R_2电阻的一部份相串联。当R_2的滑动臂向上滑，则kR_2变小，使这个支路总阻抗变小，因此也有使V_1变小的趋势。这种因素，导致K_1的减小。但是，电路中存在着电感和电容，它们在一定条件下可以产生串联谐振。当R_1阻值比并联支路的阻抗值大很多时，这种串联谐振现象会很明显。串联谐振的结果，会使V_1增大。增大的程度与串联谐振电路的Q值有关。Q值越高，V_1越高。当R_2滑动臂向上滑时，由于kR_2变小，使Q值增高，因此有使V_1增大的趋势。这种因素导致了K_1的增大。我们可以适当的选取电路参数，使这两种因素互相抵消，这样，就能保证在我们要求的范围内，kR_2的大小对$|K_1|$的影响小于我们设计的数值。更严格的讲，我们实际上并不要求K_1变化的绝对值很小，而只需要求$|K_1|$和$|K_2|$的对称性足够高就行了。

设计的关键是选取一些重要的比例关系。下表列出了我们选取的参数与SE-71选取的参数，并列出了它们对$\Delta|K|/|K|$的影响情况。

	$\frac{1}{wcR_2}$	$\frac{R_2}{R_1}$	w^2Lc	（当相位由—20°变到+20°时）$\frac{\Delta\|K\|}{\|K\|}$
SE—71的参数	1.000	0.402	0.625	0.34
我们选的参数	0.6	0.4	2.2425	<0.005

当然，具体设计电路时，除了这方面的要求之外，还要综合考虑其它因素，如灵敏度、线性度、重量等等。由于我们解决了SE-71仪器存在的问题，就使得我们研制的仪器在这项技术指标上得到提高。

经典的误差理论和最小二乘法存在的问题

沈 本 忠

1794年自高斯提出误差和最小二乘法开始，经1809—1826年间逐步系统完善以来，测量界和科学技术部门在处理大量观测数据中，一直就沿用着传统的误差计算方法。例如采用均方误差公式衡量观测精度；应用误差传播定律分析精度之间关系；应用最小二乘法原理进行平差等。这些理论方法在过去将近二百年内起了很大作用，但在当今科学技术飞跃发展的二十世纪下半叶里，各种观测方法日趋精密，对误差本质愈来愈认识清楚的情况下，这些经典理论就有必要加以修正了。特别在统计理论发展起来后，用数理统计观点对观测数据进行估值已日趋普及。

大家都知道，高斯建立的误差理论有两个基本假设条件：第一个基本假设是观测的量都是互相独立的，即各个观测值之间毫无依赖关系；第二个就是观测次数是非常多，且接近无限次。这两个条件之间互相还有联系。实际上绝大多数观测都没有满足这两个条件，为此作如下分析：

首先将这两个假设条件对误差传播定律的影响初步分析一下。设有函数$z=x+y$，令函数z及独立观测量x、y的真误差分别为Δ_z、Δ_x、Δ_y。显然便有：

$$\Delta_z=\Delta_x+\Delta_y \qquad (1)$$

设对于x、y分别有一组同精度的真误差

$$\Delta x_1,\ \Delta x_2,\ \Delta x_3,\cdots\cdots,\Delta x_n;$$
$$\Delta y_1,\ \Delta y_2,\ \Delta y_3,\cdots\cdots,\Delta y_n。$$

其中n为观测次数。它们相应的均方差为m_x，m_y。则$\Delta_{z_i}=\Delta_{x_i}+\Delta_{y_i}$（$i=1,2,\cdots\cdots,n$）。将上式对各个$i$值分别取平方，有

$$\Delta^2_{z_i}=\Delta^2_{x_i}+\Delta^2_{y_i}+2\Delta_{x_i}\Delta_{y_i}\ (i=1,2,\cdots\cdots n)$$

将上列n个式子相加，再除以n则得

$$\frac{[\Delta_g^2]}{n}=\frac{[\Delta_x^2]}{n}+\frac{\Delta_y^2}{n}+2\frac{[\Delta_x\Delta_y]}{n}$$

取极限，并按均方误差定义，则得：

$$m_g^2=m_x^2+m_y^2+2\lim_{n\to\infty}\frac{[\Delta_x\Delta_y]}{n}\qquad(2)$$

经典的误差理论认为上式右边末项中乘积$\Delta_x\Delta_y$的正负号出现的机会是相等的，当观测次数$n\to\infty$次时，其极限趋向于零：$\lim\limits_{n\to\infty}\frac{[\Delta_x\Delta_y]}{n}=0$　　（3）

此即偶然误差第四特征，所以有了简单的误差传播定律：$m_g^2=m_x^2+m_y^2$　　（4）

推广到多个独立观则值代数和及复杂函数形式时，也是同样地采用了（3）式这个基本假设条件。

所以当观测次数有限时，显然就不存在第（3）式，（4）式实际上也就不正确。

另一方面，我们可以预料到，观测结果中总会存在常数误差、系统误差和单方面起作用的误差，上述Δ_{x_i}、Δ_{y_i}若含有这种常差，即使n很大时，（3）式也不能成立，（4）式也同样不正确。

因此我们需要强调一下，观测次数少或误差不是纯偶然误差时，应用误差传播定律是不太合适的。此外，误差之间不可能绝对互相独立，因为任何事物相互之间或多或少均互有联系，必须考虑它们的相关性。

为了解决上述存在的问题，应该采用数理统计学中一套新方法。例如数理统计学中对偶然量的相互联系问题给予很大注意。假设x和y存在线性相关，且x，y之间有简单关系

$$y=a+bx\qquad(5)$$

则有表达y和x之间相关的指数。

$$\gamma=\frac{[\delta_x\cdot\delta_y]}{n\,\sigma_x\cdot\sigma_y}\qquad(6)$$

称γ为相关系数，

式中：

$$\left.\begin{array}{ll}\delta_x=x_i-\overline{x_i} & \delta_y=y_i-\overline{y_i}\\ \overline{x_i}=\frac{[x]}{n} & \overline{y_i}=\frac{[y]}{n}\\ \sigma_x=\sqrt{\frac{[\delta_x^2]}{n}} & \sigma_y=\sqrt{\frac{\delta_y^2}{n}}\end{array}\right\}\qquad(7)$$

量σ_x、σ_y称为标准离差。

应用相关理论可推得

$$\left.\begin{array}{l}b=\frac{[\delta_x\cdot\delta_y]}{[\delta_x^2]}\\ \text{或}\quad b=\gamma=\frac{\sigma_y}{\sigma_x}\qquad a=\overline{y}-b\overline{x}\end{array}\right\}\qquad(8)$$

若x和y之间相互联系愈紧密，则γ的绝对值愈大，但$|\gamma|_{max}=1$。

若x和y不相关，则$\gamma=0$。

（5）式中参数a、b可在$[VV]=min$条件下求得，而$V_i=ax_i+bx_i-y_i$。

考虑到相关系数后，（4）式应改为：

$$m_g^2=m_x^2+m_y^2+2\gamma m_x m_y\qquad(9)$$

如果x和y之间是非线性相关，则（6）式形式比较复杂，在此不作详细介绍，可参阅数理统计和估计理论方面有关著作。

相关系数r只有在已知观测量之间的函数关系时，才能准确地计算出来，否则需要大量实验事先测定。但是可以凭经验先假定某个接近于实际情形的相关关系，例如是一次线性关系或是二次方关系等，然后用实验验证。

在重力观测中相关问题是比较突出的，因为所用的观测方法都是相对测量，所得的独立增量实际上并不完全独立。再加上各种改正，例如零点改正、地形改正等，更把这些量互相联系起来了。因此在衡量重力成果时，必须密切注意相关问题，而在平差时，也应该运用相关最小二乘原理（请参阅测绘通报79年）。

当观测次数n有限，特别当n很少时，用经典方法影响更大。由于误差不一定按正态规律分布，而经典最小二乘法的一切理论推导都是以正态分布律出发的。实际上当n很小时，误差服从t（学生氏）氏分布。现在举例说明有限次观测的影响：

假设某测线两点间的重力增量用同一台重力仪观测五次，其结果及误差示如下表：

（单位：0.01毫伽）

	重力增量Δg_i	$\Delta g_i-\overline{\Delta g}$	$(\Delta g_i-\overline{\Delta g})^2$
1	1410	+4	16
2	1403	−3	9
3	1406	0	0
4	1404	−2	4
5	1407	+1	1
平均	1406	Σ0	30
			平均增量$\Delta g=1406$

若样本数为5，其均方误差（也称标准差）为：

$$S^*=\sqrt{\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}(\Delta g_i-\overline{\Delta g})^2}{n-1}}=\sqrt{\frac{30}{5-1}}=2.74$$

（单位0.01毫伽）

平均值的均方误差为：$S_{\overline{x}}=\frac{S^*}{\sqrt{n}}=1.22$

按正态分布作区间估计，若给定置信度$\alpha=5\%=0.05$，由概率论所知，所求的增量落在区间

$\left(\Delta\bar{g}-1.96\frac{S^*}{\sqrt{n}},\ \Delta\bar{g}+1.96\frac{S^*}{\sqrt{n}}\right)$内的概率为0.95，即95%，所以置信区间为：(14.036，14.084)，可写成：

$$P\{14.036<\Delta g<14.084\}=0.95 \quad (10)$$

用t分布作区间估计，当参数$n-1=4$时，从t分布表中查得，相应于参数$\alpha=0.05$的$t_\alpha=2.776$，所以其置信区间为：(14.06—2.776×1.22，14.06+2.776×1.22)，写成：

$$P\{14.026<\Delta g<14.094\}=0.95 \quad (11)$$

比较上面两式结果可以见到，当n不大时，运用现在一般的精度估计方法，把小样本当作正态分布考虑，会把精度估计高了，因为(11)式区间长度比(10)式的要大。

此外，计算均方误差公式本身带有较大误差。传统上就有均方误差m计算公式本身的均方误差m_m(即均方误差的均方误差)，其计算公式为：

$$\left.\begin{aligned} & m_m=\frac{m}{\sqrt{2n}}\ (m\text{按真误差计算}) \\ \text{或}\quad & m_m=\frac{m}{\sqrt{2(n-1)}}\ (m\text{按或然误差计算}) \end{aligned}\right\} \quad (12)$$

这个公式是近似的。精度要求高时，可采用下式

$$m_m=m\sqrt{1-c^2} \quad (13)$$

其中 $$C=\sqrt{\frac{2}{n-1}}\,\frac{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)}$$

Γ为埃列尔函数，也称伽马函数。

从这些公式本身可知，当n小时，m_m很大。例如$n=8$时，可算得$C=0.836$，则$m_m=0.463m$。即$m=\pm15$微伽时，则该值本身就有7微伽误差，占其本身46%。这说明在n很小时用一般误差公式很不可靠。

经典误差理论还存在一个问题，即所讨论的误差只能限于纯粹的偶然误差。实际上观测所得的误差中很难排除其中没有任何一点系统误差成分的情况，因此在现代误差理论中，都是在顾及存在系统误差的情形下来进行一切论证。例如新发展起来的最小二乘配置法(Collocation)就是偶然误差、系统误差综合在一起考虑的，而且是平差、预测和滤波的综合。在国外已将它应用于重力测量的精度衡量和平差计算，特别是内插计算中。

上述问题是基础问题。这些基础有所改变，则一切平差方法，例如间接观测平差、条件观测平差及衡量精度方法等均应有相应改变。为此，在物化探成果处理中，研究适应现代观测技术和精度的数据处理方法，是目前迫切的任务。

仪 器

一种新型的光电译谱仪

吕 广 平*

(地质部物探研究所)

发射光谱测定法是我国化探工作中的一个重要分析手段，它具有快速和同时测定多元素等优点。近年来区域化探工作的开展把我国的化探工作推进到一个新的发展阶段，对光谱分析提出了更高的要求，传统的目视黑度比较法分析速度快，但精密度差，劳动强度也大；微光度计测光法分析精度较高，但操作复杂，速度很慢。因此，广大光谱分析工作者的迫切要求，改进译谱装置。

国外，在译谱技术改进方面已作了不少工作。美国地质调查所的海尔茨(A. W. Helz)曾详细地介绍了一种"利用电子计算机进行光谱化学分析的仪器"。

* 文中峰值、谷值保持电路由陈云龙同志完成，对数放大器陈显尧同志完成，模拟电路由王式完成。还有朱金发、陈搏万、许志诚同志也参加此项工作。