

# 间接测量值的有效数字问题析疑

汤大其

(安庆师范学院 物理系, 安徽 安庆 246011)

**摘要:** 针对非物理专业学生在普通物理实验中在处理有效数字问题上最容易犯的一些错误进行分析, 特别对间接测量值的有效数字问题进行了深入简出的讨论, 解决了一些模糊不清的概念和似是而非的问题。

**关键词:** 有效数字; 间接测量值; 误差

中图分类号: O242.2 文献标识码: A 文章编号: 1007-4260(2002)03-0020-02

关于有效数字的概念在中学物理教学中已经进行了初步的论述, 包括有效数字的含义、有效数字的确定原则等。它也是每年高考的必考内容之一。大约有百分之六十以上的中学生能够比较正确地解答有效数字的问题。但是我院非物理专业本科大学生在进行普通物理实验中遇到有效数字问题时居然有百分之九十五以上的学生都不会正确地予以解决。这究竟是什么原因呢? 一方面, 他们在中学阶段进行物理实验的操作不多, 基本上不需要进行误差的分析和处理, 仅有一点孤立的概念, 为了应付高考就行, 并没有对它的含义进行深入的理解, 所以只有一知半解而已, 高考以后就全然皆无了。这也就为大学普通物理实验教学提出了一个明确的任务。因为有效数字问题是与误差问题紧密相连的, 而误差是科学实验中非常现实非常重要的问题。另一方面关于有效数字的处理问题表面上看起来很简单, 但是由于涉及的面比较多, 特例也很多, 对低年级非物理专业大学生来说的确也有相当的难度。为了使大学生能顺利完成普通物理实验教学任务, 使他们能够正确地进行实验数据的处理和误差分析, 本人深感受对有效数字问题进行讨论和研究是很有必要的。

## 1 关于有效数字问题的一些基本概念

### 1.1 有效数字的意义

众所周知, 对任何一个物理量进行测量, 其测量的结果与其客观存在的真实值之间都或多或少的存在一定的误差, 这个误差的存在并不因为你使用的测量仪器精度有多么的高, 测量人员的工作有多么的认真仔细而消失。所以对这么一个物理量的测量值就不能无止境的写下去, 例如用米尺测量一段导体的长度时有  $L = 24.5721... \pm 0.02 \text{ cm}$  是错误的, 因为由误差  $0.02 \text{ cm}$  可知,  $24.5721... \text{ cm}$  中第二位小数已经是估计值, 已经是不可靠的数, 在物理实验中称为存疑数字, 在这一位前面的几位数字都是可靠的, 是在米尺上准确读取的, 所以在它后面的数字再写下去就根本没有什么意义了。因此这个测量结果应写为  $L = 24.57 \pm 0.02 \text{ cm}$ 。我们就把测量结果中可靠的几位数字再加上存疑的一位数字统称为测量结果的有效数字<sup>[1]</sup>。请注意, 在这个测量结果中的最后一位数字虽然是存疑的, 但它是进行测量时的一个估计值, 仍在一定的程度上反映了事物的客观实际, 因此仍是有效的, 所以把它作为测量结果保留下来是有一定价值的, 也是很必要的。

### 1.2 确定有效数字位数的两种方法

(1) 从这个测量结果值的左边第一位非零数字开始数, 数到右边第一位存疑数字为止, 它有几位数字即称为几位有效数字。如  $2.30 \text{ mA}$  称为3位有效数字,  $2.3 \text{ mA}$  称为2位有效数字; (2) 由于在一般情况下, 误差的有效数字只取一位, 再多就没有意义了。故又有如下方法: 从误差所在的一位算起, 包括这

\* 收稿日期: 2001-12-24

\*\* 作者简介: 汤大其(1944-), 男, 浙江东阳人, 安庆师范学院物理系高级实验师, 从事物理实验教学与研究。 <http://www.cnki.net>

一位以上的数字都是有效数字<sup>[1]</sup>。

最后, 我们需要讨论一下一个测量结果的表示方法。根据前面讲的有效数字的定义和误差只取一位的原则可知, 一个测量值的最后一位数要与误差所在的这一位对齐, 如用米尺测长度时, 把测量结果写成  $L = 4.53 \pm 0.05 \text{ cm}$  是正确的; 在用游标卡尺(50分度游标)测某圆柱体高度时  $h = 3.032 \pm 0.002 \text{ cm}$  也是正确的, 但是在用千分尺测圆柱体直径为  $d$  时写成  $d = 2.985 \pm 0.01 \text{ mm}$  或  $d = 2.985 \pm 0.0001 \text{ mm}$  都是错误的, 因为其误差与测量值的最后一位数没有对齐, 虽然其误差的有效数字也是一位。

## 2 学生在实验数据记录与处理中一些常犯的错误

2.1 由于概念不清, 有的学生错误的认为测量值中小数点后面的数叫有效数字, 如认为  $L = 24.57 \text{ cm}$  有2位有效数字; 有的学生认为经过数学运算得出的数字都是有效数字, 如在测量一个长方形的面积时  $S = a \cdot b = 2.03 \text{ cm} \times 7.89 \text{ cm} = 16.0167 \text{ cm}^2$  有6位有效数字; 还有的同学错误的认为有效数字与所选取的物理量的单位有关, 他们认为测量值  $L = 1 \text{ m} = 100 \text{ cm} = 1000 \text{ mm}$  的写法是正确的, 即分别为1位、3位、4位有效数字, 它们表示的是同一个测量结果。同样他们也无法把  $V = 12561 \text{ mm}^3$  的计算结果写成只有4位有效数字的间接测量结果(正确答案应为  $1.256 \times 10^4 \text{ mm}^3$  或  $12.56 \text{ cm}^3$ )。对于这一类性质的错误, 经过实践练习, 基本上都能顺利解决。

2.2 由于对有效数字的运算规则缺乏正确的理解而引起的关于间接测量值有效数字的错误。

关于有效数字的运算规则可简单地归结为两条, 其一是: 在几个测量值相加或相减时, 先把小数点后位数较多的那些值进行修约, 使它们的小数位数只比最少者多保留一位, 而计算结果保留的小数位数要与测量值中小数位数最少者相同<sup>[2]</sup>。而有的学生却不理解这条规则, 而等同于数学上的数字相加减一样去看待, 诸如以下错误比比皆有:

单摆长度 = 摆线长度 + 摆球半径

$$L = 100.00 \text{ cm} + (1.2100 \div 2) \text{ cm} = 100.6050 \text{ cm}$$

而正确写法应为  $L = 100.61 \text{ cm}$

第二条运算规则是: 各测量值相乘除时, 各因子保留的位数应比有效数字位数最少者多一位; 所得积或商的有效数字与原测量值中有效数字最少者相同<sup>[3]</sup>。关于这一条运算规则, 一般的教本上均说明只适用于一般的情况, 而对有些特殊情形, 例如各测量值的误差大到超过一定的程度时就会不成立。而大多数学生只死记住其一般规则, 忘记了特殊情形, 即把一般形式认为是绝对真理, 这就发生了如下的问题:

例如学生在用游标卡尺多次测量某园体的高度  $h$  和用螺旋测微计多次测量它的直径  $d$ , 测得结果  $h = 39.98 \pm 0.08 \text{ mm}$ ,  $d = 10.000 \pm 0.007 \text{ mm}$ , 那末间接测量值——该圆柱体的体积为多少? 学生的解答是这样的:  $\bar{V} = \pi d^2 h / 4 = 3.1416 \times (10.000)^2 \times 39.98 / 4 = 3140 \text{ mm}^3$ 。根据第二条运算规则, 测量值  $d$  和  $h$  中有效数字最少的是4位, 所以运算结果的有效数字应取4位。但是在计算绝对误差  $\Delta V$  时就会发现问题, 因为相对误差  $E_r$  为:  $E_r = \Delta h / \bar{h} + 2\Delta d / \bar{d} = 0.08 / 39.98 + 2 \times 0.007 / 10.000 = 0.34\%$

绝对误差  $\Delta V$  应为  $\Delta V = \bar{V} \cdot E_r = 3140 \times 0.34\% \div 11 \text{ mm}^3$

这样若把测量结果写成  $V = (3140 \pm 11) \text{ mm}^3$  就与前面讲的绝对误差只取一位有效数字而且一定要与测量结果值的最后一位对齐的规定相悖。为解决这个矛盾, 我们只能认为  $V = (3.14 \pm 0.01) \times 10^3 \text{ mm}^3$  才是正确的。

由此可知, 关于有效数字的运算规则的第二条是有缺陷的, 经过进一步深入研讨后可以发现当各直接测量值的绝对误差大到一定值以后, 这两条运算规则中都会出现这样的矛盾, 所以说院所选用的教材<sup>[3]</sup>中的提法有一定的局限性, 应修改为以下表述为好: 运算结果的有效数字应先通过计算得出绝对误差的数值, 再由绝对误差来决定间接测量值的有效数字。可以说由绝对误差来决定有效数字, 这才是处理有效数字问题的依据。

## 2.3 关于从查表或由计算器所得的函数值的有效数字的错误

在有些物理量的测量中, 其直接测量值是某一个函数的自变量, 而这个函数值又是某间接测量值中的一部分, 那么应如何确定该函数的值为几位有效数字呢?

例如  $y = \sin x$ , 当  $x = 30^\circ \pm 1$  时,  $y$  应为几位有效数字呢? 查四位数数学用表知  $\sin 30^\circ = 0.5013$ ,  $\sin 30^\circ 6' = 0.5015$ ,  $\sin 30^\circ 9' = 0.5018$ , 可知它们的差别在小数后第四位, 所以  $y$  应取  $0.5015$ 。(下转第40页)

[24] 兰州化工研究院合成胶乳组. 苯胶乳引发剂[J]. 合成橡胶工业, 1981, 5, No4: 283.

[25] Charles J. Poe. Creaming of synthetic rubber lattices[P]. US 2446115, 1948 - 07 - 27.

[26] Fred W. Billmeyer, Creaming of mixtures of synthetic rubber lattices of different average particle sizes[P]. US 2494002, 1950-01 - 10.

[27] K. Sano. Treatment of synthetic rubber latex[P]. US 2357861, 1944 - 09 - 12.

[28] F. Yokoyama. Base for electric lamps or similar devices[P]. US 2392661, 1946 - 01 - 08.

[29] H. Murayama. Creaming of synthetic rubber lattices[P]. US 2444801, 1948 - 07 - 06.

[30] A. Carsarico. Treatment of synthetic rubber lattices[P]. US 2475053, 1949 - 07 - 05.

[31] P. Cavallotti. Rubber latex of high solids content[P]. US 3607807, 1969 - 06 - 13.

[32] 李克友. 乳液聚合[M]. 四川科技出版社, 1985, 80 - 112.

[33] 胡金生. 乳液聚合[M]. 化学工业出版社, 1987, 120 - 160.

## The Preparation of High Solid Content SBR Latex

SUN Xiao

(Anhui Chemical Engineering College, Anqing 246005, China)

**Abstract:** The property of high solid content is the developing direction of those polymers which are used as latex. In this paper, preparation of high solid content SBR Latex was summarized and the synthesis of large size latex particle and concentration of SBR latex were epitomized.

**Key words:** SBR Latex; high solid content; large size latex particle; agglutination

(上接第 21 页) 而有的学生机械的搬抄有的参考书上讲的函数值的有效数字与自变量的有效数字相同的讲法, 错误地认为  $x = 30\%$  为三位有效数字,  $y$  的值应取为 0.502。

概括起来, 设某间接测量值  $y$  是某直接测量值  $x$  的函数值(如开方、乘方, 三角函数, 对数等), 当  $x$  的值已测得时, 则可通过改变  $x$  值的末位数一个单位, 来观察函数值的变化, 以决定该函数值的有效数字的位数<sup>3)</sup>。如  $x = 450.2 \pm 0.1$ , 求  $y = \ln x$  的值时, 由计算器可知

$$\ln 450.1 = 6.109470$$

$$\ln 450.2 = 6.109693$$

$$\ln 450.3 = 6.109914$$

发现它们的差别在小数点后第四位, 因此  $\ln 450.2$  应取为 6.1097, 若按  $x$  的有效数字为四位取  $y$  为 6.110 显然就是不妥了。

### [参考文献]

[1] 林抒, 等. 普通物理实验[M]. 北京: 高等教育出版社, 1981. 26 - 27.

[2] 贾玉润, 等. 大学物理实验[M]. 上海: 复旦大学出版社, 1987. 9.

[3] 华中工学院, 等. 物理实验[M]. 北京: 高等教育出版社, 1997. 10.

## Analysis of the Problem Concerning the Effective Figures in Indirect Measurement

TANG Da-qi

(The Phy. Dept. of Anqing Teachers College, Anqing 246011, China)

**Abstract:** In this paper, the problem of the effective figures in indirect measurement is discussed in simple terms, the common mistakes made by non-physics majors when performing experiments in general physic are analyzed and some confusing concepts and specions problems are also claxrified.

**Key words:** effective figure; indirect measurement; error