

数列中的整数解问题

1. 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = 2n - 7$ ，试求所有的正整数 m ，使得 $\frac{a_m a_{m+1}}{a_{m+2}}$ 为数列 $\{a_n\}$ 中的项.

2. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，且满足 $a_1 = -2$ ， $a_{n+1} + 3S_n + 2 = 0 (n \in \mathbf{N}^*)$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2) 是否存在整数对 (m, n) ，使得等式 $a_n^2 - m \cdot a_n = 4m + 8$ 成立？若存在，请求出所有满足条件的 (m, n) ；若不存在，请说明理由.

3. 设等差数列 $\{a_n\}$ 满足公差 $d \in \mathbf{N}^+$ ， $a_n \in \mathbf{N}^+$ ，且数列 $\{a_n\}$ 中任意两项之和也是该数列的一

项. 若 $a_1 = 3^5$ ，则 d 的所有可能取值之和为_____.